

Программа курса "Теория магнетизма" 2019

1. Классификация магнетиков.
2. Магнетизм как квантовое явление. Теорема Бора-Ван-Лёвен.
3. Спин электрона. Магнитный момент электрона.
4. Термодинамика простого парамагнетика.
5. Приближение молекулярного поля. Уравнение Вейсса.
6. Одномерная модель Изинга. Термодинамика одномерной модели Изинга.
7. Эквивалентность теории молекулярного поля и модели с бесконечным радиусом взаимодействия.
8. Молекула водорода. Обменное взаимодействие. Векторная модель Дирака.
9. Гамильтониан Гейзенберга. Основное состояние гейзенберговского ферромагнетика. Спиновая волна. Спектр низколежащих состояний гейзенберговского ферромагнетика.
10. Метод Бете решения одномерной задачи ($s=1/2$).
11. Энергия основного состояния гейзенберговского антиферромагнетика.
12. Низкотемпературная термодинамика гейзенберговского ферромагнетика. Метод Голстейна-Примакова.
13. Релятивистские взаимодействия. Магнитная анизотропия. Спиновые волны с учетом релятивистских взаимодействий. Намагниченность ферромагнетика при $T = 0$.
14. Анизотропная цепочка Гейзенберга со спином $1/2$ как точно решаемая квантовая модель. Квантовый метод обратной задачи рассеяния.
15. Точно решаемая одномерная XY-модель со спином $1/2$. Термодинамика XY-модели. Фазовый переход по полю в XY-модели при $T=0$.
16. Двумерная решетка Изинга. Матрица перехода. Сведение задачи к одномерной XY-модели. Точное решение для двумерной модели Изинга без магнитного поля.
17. Уравнение движения спина в магнитном поле. Прецессия. Линеаризация уравнений движения. Полуклассическая теория спиновых волн в ферромагнетике.
18. Полуклассическая теория спиновых волн в антиферромагнетике. Случай линейной цепочки.
19. Модель Хаббарда.
20. Проблема Кондо.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред
2. Маттис Д. Теория магнетизма
3. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Спиновые волны
4. Уайт Р.М. Квантовая теория магнетизма
5. Смарт Дж. Эффективное поле в теории магнетизма
6. Изюмов Ю.А., Скрябин Ю.Н. Статистическая механика магнитоупорядоченных систем.
7. Стенли Г. Фазовые переходы и критические явления
8. Р.Бэкстер. Точно решаемые модели в статистической механике
9. Боголюбов Н.М., Изергин А.Г., Корепин В.Е. Корреляционные функции интегрируемых систем и квантовый метод обратной задачи

Конспект лекций (рукописный) по ссылке

<https://drive.google.com/drive/folders/0B9sTXNk5pnknVIFMblFRMUp6VGc?usp=sharing>

Домашні завдання по курсу «Теорія магнетизму»

1. Показать, что в релятивистском случае имеет место закон сохранения полного углового момента $\hat{\mathbf{J}} = \hat{\mathbf{L}} + \frac{\hbar}{2} \hat{\boldsymbol{\sigma}}'$ в центральном поле. Рассмотреть уравнение Дирака с гамильтонианом

$$\hat{\mathbf{H}} = c\hat{\boldsymbol{\alpha}}\hat{\mathbf{p}} + mc^2\hat{\beta} + e\varphi(r).$$

Здесь $\hat{\boldsymbol{\alpha}}, \hat{\beta}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}'$ - матрицы Дирака. (Тема № 3) **(5 баллов)**

2. Получить из релятивистского уравнения Дирака для частицы в электромагнитном поле с гамильтонианом

$$\hat{\mathbf{H}} = c\hat{\boldsymbol{\alpha}}\left(\hat{\mathbf{p}} - \frac{e}{c}\hat{\mathbf{A}}(\vec{r})\right) + mc^2\hat{\beta} + e\varphi(\vec{r})$$

в линейном приближении по v/c гамильтониан Паули

$$\hat{\mathbf{H}} = \frac{1}{2m}\left(\hat{\mathbf{p}} - \frac{e}{c}\hat{\mathbf{A}}(\vec{r})\right)^2 - \vec{\mu}\vec{H} + e\varphi(\vec{r}), \quad \vec{\mu} = \frac{e\hbar}{2mc}\vec{\boldsymbol{\sigma}}$$

Здесь $\hat{\boldsymbol{\alpha}}, \hat{\beta}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}'$ - матрицы Дирака, $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ - матрицы Паули. (Тема № 3) **(10 баллов)**

3. Найти статсумму, свободную энергию, внутреннюю энергию и теплоемкость для простого парамагнетика. Исследовать температурную зависимость теплоемкости. (Тема №4) **(10 баллов)**
4. Найти внутреннюю энергию и теплоемкость для одномерной модели Изинга со взаимодействием ближайших соседей и спином $S = 1/2$. Исследовать температурную зависимость теплоемкости в нулевом магнитном поле. (Тема № 6) **(10 баллов)**
5. Методом трансфер-матрицы найти статистическую сумму, свободную энергию, намагниченность, внутреннюю энергию, теплоемкость для бесконечной цепочки в модели Изинга с двумя подрешетками, то есть с двумя разными обменными константами J_1, J_2 и магнетонами μ_1, μ_2 . Исследовать поведение теплоемкости в нулевом магнитном поле. (Тема № 6) **(20 баллов)**
6. Построить трансфер-матрицу для двойной цепочки (спиновой лестницы) в модели Изинга. (Тема № 6) **(40 баллов)**

7. Для XXZ цепочки Гейзенберга со спином $1/2$ с гамильтонианом

$$\mathbf{H} = -2\mu H \sum_{n=1}^N S_n^z - J \sum_{n=1}^N (S_n^x S_{n+1}^x + S_n^y S_{n+1}^y + \gamma S_n^z S_{n+1}^z), \quad J < 0, \gamma > 1$$

найти волновые функции в узельном представлении и энергии одномагнетонных состояний. Рассмотреть конечную цепочку, замкнутую в кольцо (циклические граничные условия). (тема №9) **(20 баллов)**

8. Для XXZ цепочки Гейзенберга со спином $1/2$ с гамильтонианом

$$\mathbf{H} = -2\mu H \sum_{n=1}^N S_n^z - J \sum_{n=1}^{N-1} (S_n^x S_{n+1}^x + S_n^y S_{n+1}^y + \gamma S_n^z S_{n+1}^z), \quad J > 0, \gamma > 1$$

найти волновые функции в узельном представлении и энергии одномагнетонных состояний. Рассмотреть конечную линейную цепочку. (тема №9) **(20 баллов)**

9. Приближенно диагонализировать гамильтониан XXZ цепочки Гейзенберга со спином S

$$\mathbf{H} = -g\mu H \sum_{n=1}^N S_n^z - J \sum_{n=1}^N (S_n^x S_{n+1}^x + S_n^y S_{n+1}^y + \gamma S_n^z S_{n+1}^z), \quad J > 0, \gamma > 1,$$

использував преобразование Голстейна-Примакова. (тема №12) **(10 баллов)**

10. Для трехмерного изотропного ферромагнетика Гейзенберга найти приближенную формулу для намагниченности при низких температурах ($T \ll J$) в двух предельных случаях: (а) $g\mu_B H \ll T$ и (б) $g\mu_B H \gg T$ (тема №12) **(5 баллов)**

11. Для трехмерного изотропного ферромагнетика Гейзенберга найти приближенную формулу для внутренней энергии при низких температурах в нулевом магнитном поле. Получить с ее помощью температурную зависимость теплоемкости. (тема №12) **(5 баллов)**

12. Для трехмерного изотропного ферромагнетика Гейзенберга найти приближенную формулу для внутренней энергии при низких температурах в сильном магнитном поле $g\mu_B H \gg T$. Получить с ее помощью температурную зависимость теплоемкости. (тема №12) **(10 баллов)**

13. Диагонализировать с помощью uv -преобразования Боголюбова гамильтониан анизотропной XY цепочки со спином $1/2$, записанный в терминах ферми-операторов в импульсном представлении:

$$\mathbf{H} = -N\mu H + \sum \left[\left(2\mu H - \frac{J_x + J_y}{2} \cos k \right) a_k^+ a_k + i \frac{J_x - J_y}{4} \sin k (a_k a_{-k} - a_{-k}^+ a_k^+) \right]$$

(тема №15) **(10 баллов)**

Найти внутреннюю энергию и теплоемкость для изотропной $J_x = J_y = J$ одномерной XY модели со спином $1/2$. Исследовать поведение теплоемкости при $T \ll J$ и $T \gg J$ в различных магнитных полях. (тема №15) **(20 баллов)**

14. С помощью преобразования Иордана-Вигнера записать гамильтониан XXZ цепочки Гейзенберга $1/2$ с гамильтонианом **(10 баллов)**

$$\mathbf{H} = -2\mu H \sum_{n=1}^N S_n^z - J \sum_{n=1}^{N-1} (S_n^x S_{n+1}^x + S_n^y S_{n+1}^y + \gamma S_n^z S_{n+1}^z), \quad J > 0, \gamma > 1$$

в терминах ферми-операторов рождения и уничтожения. **(10 баллов)**

15. С помощью преобразования Иордана-Вигнера записать гамильтониан XYZ цепочки Гейзенберга $1/2$ с гамильтонианом **(20 баллов)**

$$\mathbf{H} = -2\mu H \sum_{n=1}^N S_n^z - \sum_{n=1}^{N-1} (J_x S_n^x S_{n+1}^x + J_y S_n^y S_{n+1}^y + J_z S_n^z S_{n+1}^z), \quad J > 0, \gamma > 1$$

в терминах ферми-операторов рождения и уничтожения. **(20 баллов)**